

Universalidade nas manchas solares e no Dow Jones

Helena Ferreira¹ Rui Gonçalves² Alberto Pinto¹ Nico Stollenwerk³

¹CMAT-UM

²CMUP

³CMAF-UL

Laboratórios Associados, Encontro Ciência 2009

Outline

- 1 Universalidade dos números de Wolf das manchas solares
- 2 Flutuações do índice Dow Jones
- 3 Flutuações do índice PSI20
- 4 Considerações e conclusões

Universalidade dos números de Wolf das manchas solares

O que são as manchas do Sol?

- Zonas escuras (mais frias) (do tamanho da Terra) na superfície do Sol (Fotosfera).

O que são as manchas do Sol?

- Zonas escuras (mais frias) (do tamanho da Terra) na superfície do Sol (Fotosfera).
- Causadas por fortíssimos campos magnéticos locais (devido à rotação diferencial do sol).

O que são as manchas do Sol?

- Zonas escuras (mais frias) (do tamanho da Terra) na superfície do Sol (Fotosfera).
- Causadas por fortíssimos campos magnéticos locais (devido à rotação diferencial do sol).
- Responsável por fenómenos secundários como Ejeção de massa coronal e forte radiação magnética, raios-X e ultravioleta.

O que são as manchas do Sol?

- Zonas escuras (mais frias) (do tamanho da Terra) na superfície do Sol (Fotosfera).
- Causadas por fortíssimos campos magnéticos locais (devido à rotação diferencial do sol).
- Responsável por fenómenos secundários como Ejeção de massa coronal e forte radiação magnética, raios-X e ultravioleta.

O campo magnético do sol está em estado crítico auto-organizado (SOC) (Lu et al. 1991).

O processo de contagem das manchas solares

- A medição depende em larga escala da interpretação e experiência do observador.

O processo de contagem das manchas solares

- A medição depende em larga escala da interpretação e experiência do observador.
- Actualmente, os números de Wolf são calculados usando uma média ponderada feita a partir da contribuição de observatórios

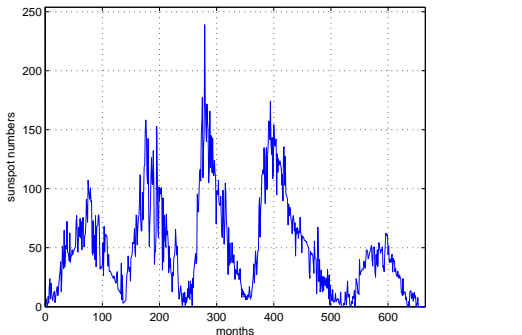
O processo de contagem das manchas solares

- A medição depende em larga escala da interpretação e experiência do observador.
- Actualmente, os números de Wolf são calculados usando uma média ponderada feita a partir da contribuição de observatórios
- As medições dos números de Wolf's começaram em 1749.

O processo de contagem das manchas solares

- A medição depende em larga escala da interpretação e experiência do observador.
- Actualmente, os números de Wolf são calculados usando uma média ponderada feita a partir da contribuição de observatórios
- As medições dos números de Wolf's começaram em 1749.

The Solar cycle

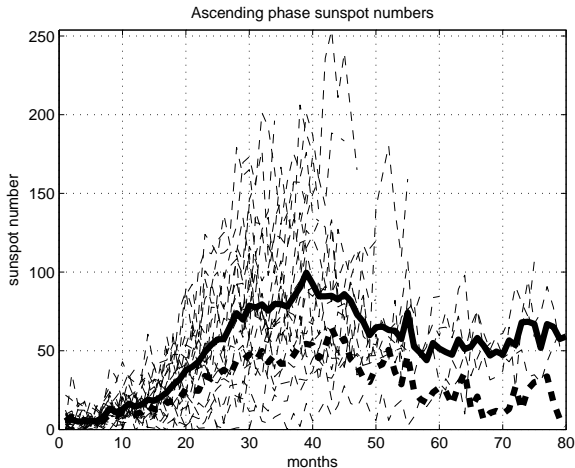


- Com base em observações, tem uma duração de 11 anos com uma fase ascendente e uma descendente.
- O máximo Solar corresponde a períodos de forte actividade solar (mais manchas) e o mínimo solar são períodos de fraca actividade (menos manchas).

Fase ascendente

- Cada ciclo k é dividido em fase ascendente e descendente usando os meses de máximo solar M_k e mínimo solar m_k .
- As fases ascendentes são alinhadas pelo mínimo solar com durações $a_k = m_k - M_k$.
- Para cada mês t é calculada a média μ_t^a e o desvio padrão, σ_t^a

Fase ascendente

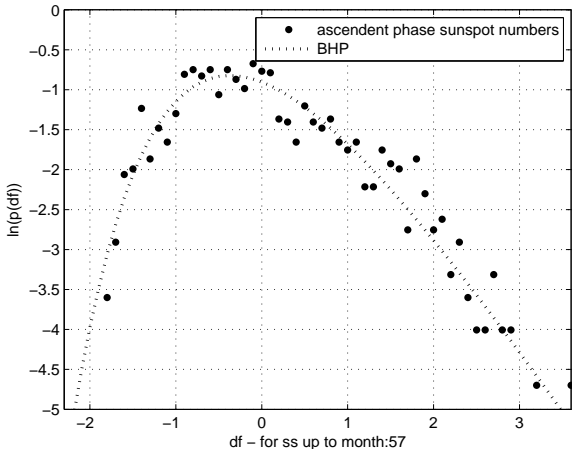


Órbitas ascendentes, com a representação do caminho médio e do caminho do desvio padrão.

Flutuações

$$A_{t,k}^f = \frac{A_t^k - \mu_t^a}{\sigma_t^a}, \quad (1)$$

Histograma das flutuações

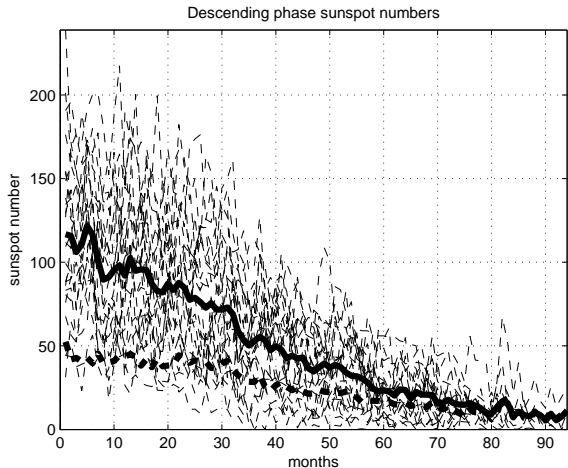


O histograma em gráfico semi-log está próximo da densidade BHP.

Fase descendente

- As fases descendentes são alinhadas pelo máximo solar com durações $d_k = M_k - m_{k+1}$.
- Para cada mês t é calculada a média μ_t^d e o desvio padrão σ_t^d

Fase descendente

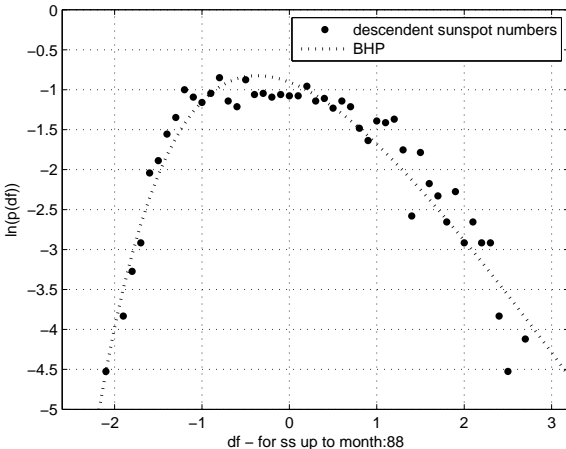


Órbitas descendentes, com a representação do caminho médio e do caminho do desvio padrão.

Flutuações

$$D_{t,k}^f = \frac{D_t^k - \mu_t^d}{\sigma_t^d}, \quad (2)$$

Histograma das flutuações



O histograma em gráfico semi-log está próximo da densidade BHP.

Flutuações do índice Dow Jones

O índice industrial Dow Jones (DJIA)

$Y(t)$ - Preço de fecho ajustado do index DJIA no dia t (1993-2005).

Defina-se o retorno do index DJIA:

$$S(t) = \frac{Y(t+1) - Y(t)}{Y(t)}, \quad (3)$$

Consideremos os retornos positivos $S^+(s) = S(t) : S(t) > 0$.

Opere-se o re-escalamento: $S_\alpha^+(s) = \left(S^+(s)\right)^\alpha$

média de $S_\alpha^+(s)$: $DJ_\mu^{\alpha,+} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n S_\alpha^+(s)$

desvio padrão de $S_\alpha^+(s)$: $DJ_\sigma^{\alpha,+} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n S_\alpha^+(s)^2 - DJ_\mu^+(t)^2}{n}}$

flutuações dos retornos positivos

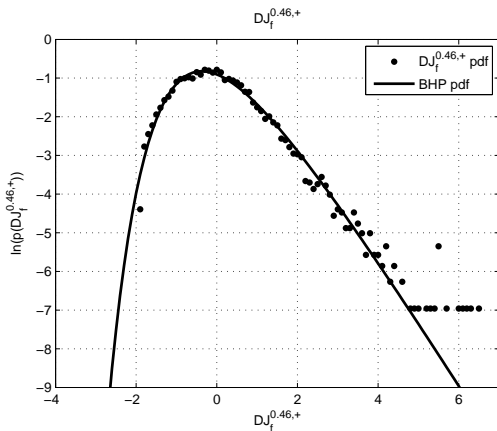
$$DJ_f^{\alpha,+}(t) = \frac{S_{\alpha}^{+}(t) - DJ_{\mu}^{\alpha,+}}{DJ_{\sigma}^{\alpha,+}} \quad (4)$$

Determina-se α por minimização da estatística K-S,

$$\alpha = \operatorname{argmin}_{\alpha} \max_k |F_{DJ_f^{\alpha,+}}^k - F_{BHP}| \quad (5)$$

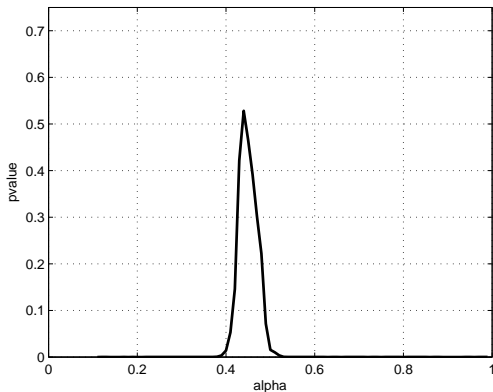
Para os retornos positivos, $\alpha = 0.46$.

Histograma dos retornos positivos



$$DJ_{\mu}^{0.46,+} = 0.096502, \quad DJ_{\sigma}^{0.46,+} = 0.045252$$

O expoente de *re-scaling* dos retornos positivos



Valor-p do teste em função do expoente α .

Bons resultados para $\alpha \in [0.44, 0.48]$.

flutuações dos retornos negativos

Consideremos os retornos negativos $S^-(s) = -S(t) : S(t) < 0$.

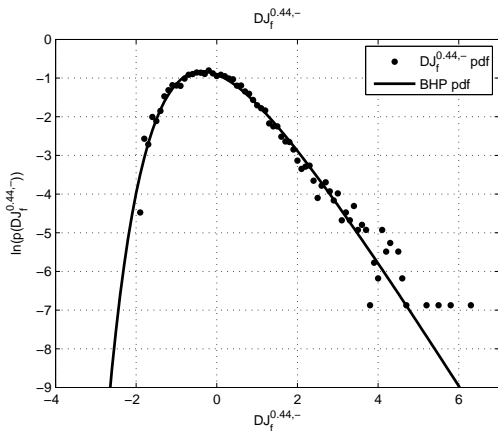
Opere-se o re-escalamento: $S_\alpha^-(s) = \left(S^-(s)\right)^\alpha$

média de $S_\alpha^-(s)$: $DJ_\mu^{\alpha,-} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n S_\alpha^-(s)$

desvio padrão de $S_\alpha^-(s)$: $DJ_\sigma^{\alpha,-} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n S_\alpha^-(s)^2 - DJ_\mu^{\alpha,-}(t)^2}{n}}$

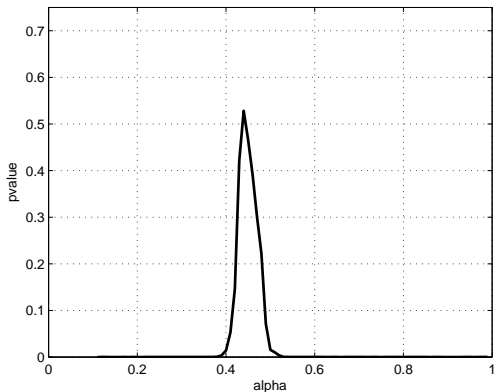
Para os retornos negativos, $\alpha = 0.44$.

Histograma dos retornos negativos com a densidade BHP



$$DJ_{\mu}^{0.44,-} = 0.10596, \quad DJ_{\sigma}^{0.44,-} = 0.049433$$

O expoente de *re-scaling* dos retornos negativos

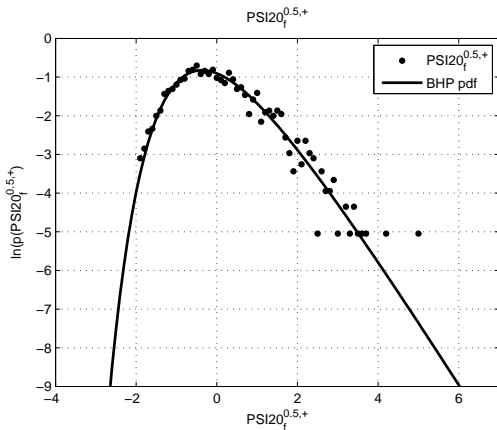


Valor-p do teste em função do expoente α .

Bons resultados para $\alpha \in [0.42, 0.49]$.

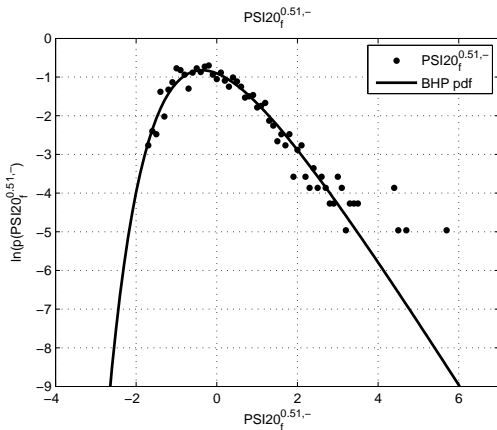
Flutuações do índice PSI20

Histograma dos retornos positivos do índice PSI20 (1993-2005)



$$PSI_{\mu}^{0.50,+} = 0.0754, \quad PSI_{\sigma}^{0.50,+} = 0.0379$$

Histograma dos retornos negativos do índice PSI20 (1993-2005)



$$PSI_{\mu}^{0.51,-} = 0.0697, \quad PSI_{\sigma}^{0.44,-} = 0.0389$$

Literatura

BHP - Bramwell, Holdsworth and Pinton

Densidade da magnetização no modelo de spins XY

- Magnetic fluctuations in a finite two-dimensional XY model, Archambault, Bramwell, and Holdsworth J. Phys. A: Math. Gen. 1997;
- Universality of rare fluctuations in turbulence and critical phenomena, Bramwell, Holdsworth and Pinton, Nature 1998;
- Magnetic Fluctuations in the classical XY model: the origin of an exponential tail in a complex system, Bramwell et al., Phys. Rev 2001.

Universalidade da densidade BHP

- Universal Fluctuations in Correlated Systems, Bramwell et al., PRL 2000.
- Equilibrium thermodynamics, Bramwell et. al, PRL 2000.
- Forest fire models, SOC, Bramwell et. al, PRL 2000.
- Fluctuations of river flow and height, Bramwell et. al., Europhys Lett 2002.
- Turbulence in Tokamak, Graves, Horacek, Pitts, 2005, Phys of Plasmas 2005.
- Plasma density fluctuations, van Milligen et al., Phys of Plasmas 2005.

Universalidade da densidade BHP

- Nonlinear prediction with nearest neighbors, Gonçalves, Ferreira, Pinto and Stollenwerk, JDEA 2009.
- Sunspot numbers fluctuations, Gonçalves, Pinto and Stollenwerk, The Astrophysical Journal 2009.
- Fluctuations of river Negro height, Gonçalves and Pinto, JDEA 2009.

Considerações e conclusões

- A densidade das flutuações das manchas solares, tanto para a fase ascendente como para a descendente, está próxima da densidade BHP.

- A densidade das flutuações das manchas solares, tanto para a fase ascendente como para a descendente, está próxima da densidade BHP.
- Existem bons ajustes para o ciclo médio e para o ciclo desvio padrão.

- A densidade das flutuações das manchas solares, tanto para a fase ascendente como para a descendente, está próxima da densidade BHP.
- Existem bons ajustes para o ciclo médio e para o ciclo desvio padrão.
- O histograma dos retornos positivos e negativos re-escalados do índice Dow Jones está próximo da densidade BHP.

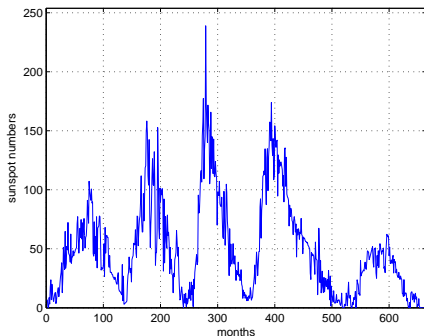
- A densidade das flutuações das manchas solares, tanto para a fase ascendente como para a descendente, está próxima da densidade BHP.
- Existem bons ajustes para o ciclo médio e para o ciclo desvio padrão.
- O histograma dos retornos positivos e negativos re-escalados do índice Dow Jones está próximo da densidade BHP.
- Os expoentes usados são obtidos por minimização da estatística K-S e são diferentes para retornos positivos e negativos.

- A densidade das flutuações das manchas solares, tanto para a fase ascendente como para a descendente, está próxima da densidade BHP.
- Existem bons ajustes para o ciclo médio e para o ciclo desvio padrão.
- O histograma dos retornos positivos e negativos re-escalados do índice Dow Jones está próximo da densidade BHP.
- Os expoentes usados são obtidos por minimização da estatística K-S e são diferentes para retornos positivos e negativos.
- Está em curso uma classificação dos principais índices e acções dos maiores mercados mundiais.

Agradecimentos

Fundação para a Ciência e Tecnologia
POCI/MAT/55954/2004, POCTI e POSI
Ministério da Ciência, Tecnologia e do Ensino Superior
Fundação Calouste Gulbenkian
CMAT-UM, CMUP e CMAF-UL .

Wolf's sunspot numbers



$$X_t = k(10g + s)$$

s : number of individual sunspots, g : n^o of sunspot groups k :
location parameter.

BHP - Bramwell, Holdsworth and Pinton, Nature 1998.

Magnetization pdf of the 2dXY model.

Equilibrium magnetization distribution for N freely rotating spins \underline{S}_i

$$\underline{S}_i = (\cos(\theta_i), \sin(\theta_i))$$

with $\theta_i \in [-\pi, +\pi]$ then like in the Ising model the stationary probability density function (pdf) is

$$p^*(\underline{S}_1, \dots, \underline{S}_N) = \frac{1}{Z} \cdot e^{\mathcal{H}(\underline{S}_1, \dots, \underline{S}_N)}$$

Z : Partition function, \mathcal{H} : Hamiltonian of the system.

Hamiltonian and Partition function

Spin variables S_i can be replaced by angles $\theta_i \in [-\pi, +\pi]$

Hamiltonian of the system:

$$\mathcal{H}(\theta_1, \dots, \theta_N) = V \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N J_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) + \sum_{i=1}^N h \cdot \cos(\theta_i) + C \quad (6)$$

where V : Coupling strength, J_{ij} : Adjacency matrix, $h = h_i$: external magnetic field, $C = -N \ln 2$ is the normalizing constant.

The partition function:

$$Z = \sum_{\sigma_1=\pm 1} \dots \sum_{\sigma_N=\pm 1} e^{V \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N J_{ij} \sigma_i \sigma_j + \sum_{i=1}^N h_i \sigma_i} \cdot \frac{1}{2^N} \quad (7)$$

Magnetic order parameter and stationary pdf

$$M(\theta_1, \dots, \theta_N) = \frac{1}{N} \left\| \sum_{i=1}^N \underline{S}_i \right\| \quad (8)$$

$$= \frac{1}{N} \sqrt{\left(\sum_{i=1}^N \cos(\theta_i) \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^N \sin(\theta_i) \right)^2}$$

and the stationary pdf for this quantity is

$$p(m) = \int_{-\pi}^{\pi} d\theta_1 \dots \int_{-\pi}^{\pi} d\theta_N \delta(m - M(\theta_1, \dots, \theta_N)) \frac{1}{Z} e^{\mathcal{H}(\theta_1, \dots, \theta_N)}.$$

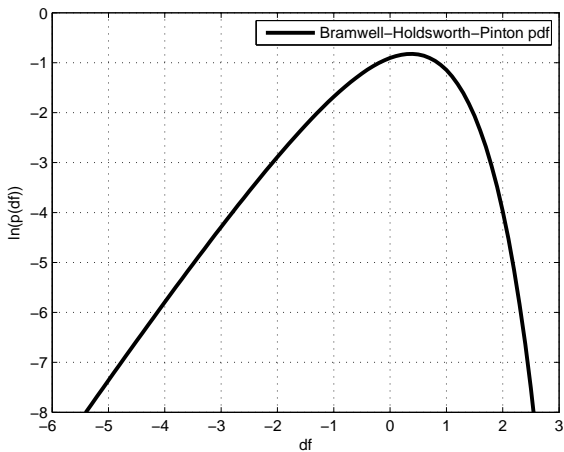
Quadratic approximation





Quadratic Taylor expansion for the cosine (valid for small angles) and using Gaussian integration and the Fourier representation


$$\begin{aligned}
 p(\mu) &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{2N^2} \sum_{k=1}^{N-1} \frac{1}{\lambda_k^2}} \\
 &\cdot e^{ix\mu \sqrt{\frac{1}{2N^2} \sum_{k=1}^{N-1} \frac{1}{\lambda_k^2}} - \sum_{k=1}^{N-1} \left[\frac{ix}{2N} \frac{1}{\lambda_k} - \frac{i}{2} \arctan\left(\frac{x}{N\lambda_k}\right) \right]} \\
 &\cdot e^{-\sum_{k=1}^{N-1} \left[\frac{1}{4} \ln\left(1 + \frac{x^2}{N^2 \lambda_k^2}\right) \right]} \quad . \quad (9)
 \end{aligned}$$


The BHP pdf


The Bramwell-Holdsworth-Pinton (normalized) pdf.




-  Archambault, P., Bramwell, S.T., & Holdsworth, P.C.W. (1998)
Magnetic fluctuations in a finite two-dimensional XY model,
J. Phys. A: Math. Gen. **30**, 8363–8378.
-  Bak, P., Tang, C., & Wiesenfeld, K. (1988) Self-organized criticality.
Phys. Rev. A **38**, 364–374.
-  Bramwell, S.T., Holdsworth, P.C.W., & Pinton, J.F. (1998)
Universality of rare fluctuations in turbulence and critical phenomena
Nature **396**, 552–554.
-  Bramwell, S.T., Christensen, K., Fortin, J.Y., Holdsworth, P.C.W., Jensen, H.J., Lise, S., López, J.M., Nicodemi, M. & Sellitto, M. (2000)
Universal Fluctuations in Correlated Systems,
Phys. Rev. Lett. **84**, 3744–3747.






- 

Bramwell, S.T., Fortin, J.Y., Holdsworth, P.C.W., Peysson, S., Pinton, J.F., Portelli, B. & Sellitto, M. (2001)
 Magnetic Fluctuations in the classical XY model: the origin of an exponential tail in a complex system,
Phys. Rev E **63**, 041106.
- 

Bramwell, S.T., Fennell, T., Holdsworth, P.C.W. & Portelli, B. (2002)
 Universal Fluctuations of the Danube Water Level: a Link with Turbulence, Criticality and Company Growth,
Europhysics Letters **57**, 310.
- 

Dahlstedt, K., & Jensen, H.J.
 Universal fluctuations and extreme-value statistics,
J. Phys. A: Math. Gen. **34**, 11193–11200.
- 

K. Dahlstedt, and H.J. Jensen
 Fluctuation spectrum and size scaling of river flow and level,
Physica A **348**, 596–610

-  Mack, G., Palma, G., & Vergara, L. (2005)
Corrections to Universal Fluctuations in Correlated Systems:
the 2D XY-model,
Phys. Rev. E, 72, 026119.
-  Sauer, T., Yorke, J. and Casdagli, M., 1991.
Embedology.
Journal Statistical Physics, vol. 65, pp. 579-616.
-  Grassberger, P. and Procaccia, H.
Measuring the strangeness of strange attractors.
Physica 9D, pp. 189-208.
-  Lu, E. & Hamilton, R. (1991)
Avalanches and the distribution of solar flares,
The astrophysical journal, **380**, L89–L92
-  Takens, F., 1980.
Detecting strange attractors in Turbulence.
In Lecture Notes in Mathematics, 898:366-81, Springer, 1980.



Van Milligen, B. Ph., Sánchez, R., Carreras, B. A., Lynch, V. E., LaBombard, B., Pedrosa, M. A., Hidalgo, C., Gonçalves, B., Balbín, R.

Physics of plasmas, 12, 05207